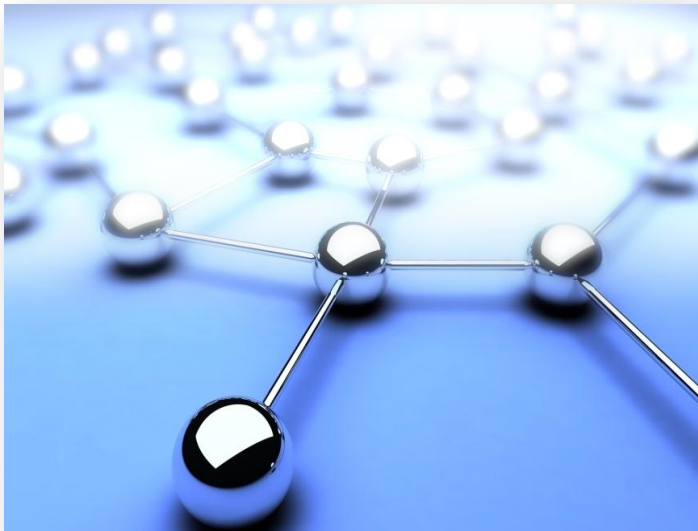




# ***Vorlesung*** ***Algorithmen für hochkomplexe*** ***Virtuelle Szenen***

***Sommersemester 2012***



***Matthias Fischer***  
***mafi@upb.de***

***Vorlesung 12***  
***26.6.2012***

## Aspect Graph und Viewpoint Space Partition

- Motivation
- Modell der Sichtbarkeit
- Eigenschaft des Aspect Graphs und der Viewpoint Space Partition (VSP)
- Untere und obere Schranken der VSP

Harry Plantinga , Charles R. Dyer,

**Visibility, occlusion, and the aspect graph,**

International Journal of Computer Vision, vol 5 num 2, p.137-160, Nov. 1990

<http://www.springerlink.com/content/v3v88r2m3k4l67v7/>

Der Zugriff ist von Rechnern der Universität frei!

Andere Version:

<http://www.calvin.edu/~hplantin/papers/IJCV.pdf>

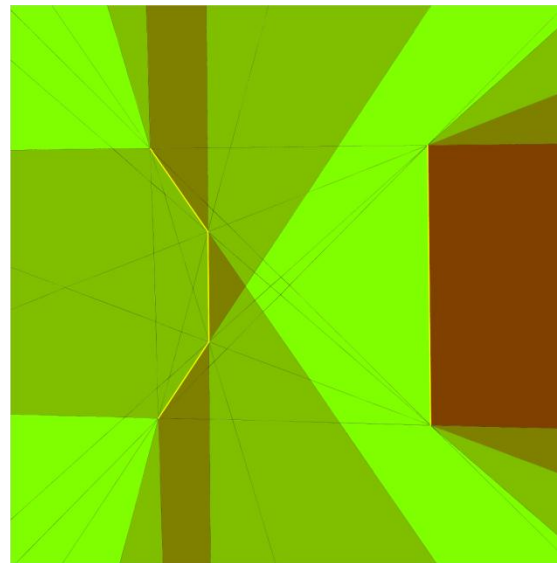
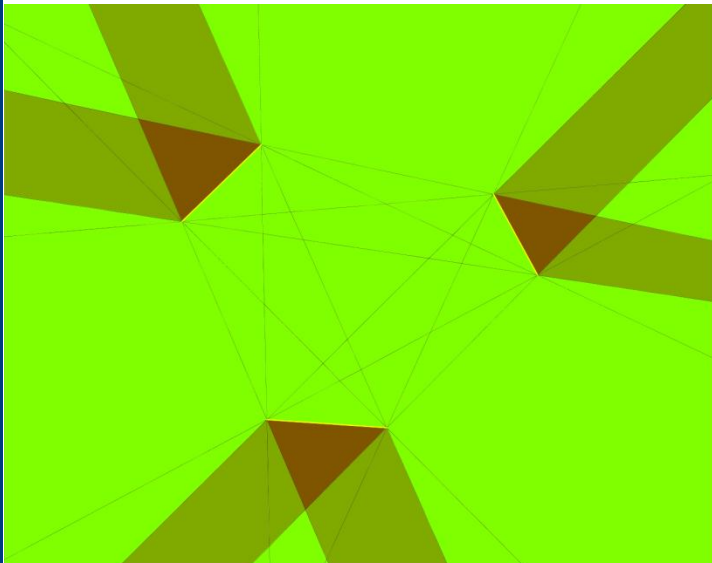
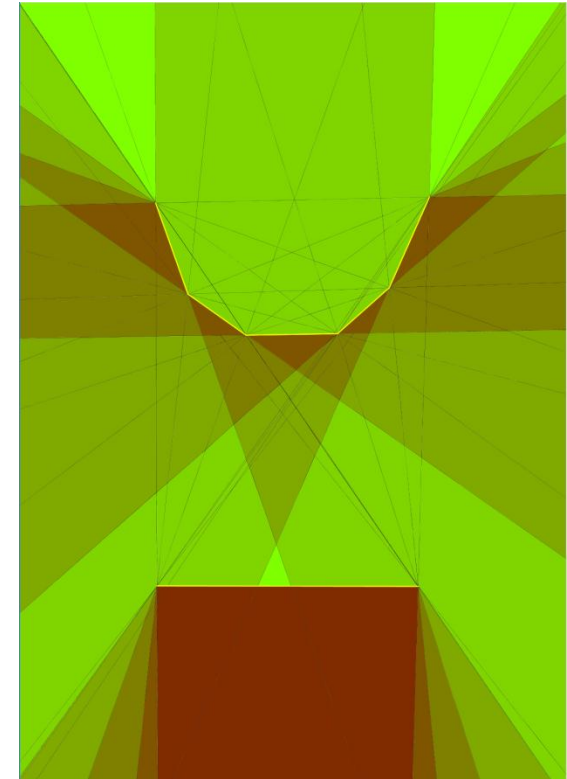
# Aspect Graph und Viewpoint Space Partition



In den Übungen hatten wir im 2D-Fall (Liniensegmente) Regionen gebaut und an diese Regionen, die von der Region aus sichtbaren Liniensegmente geschrieben („Zellensichtbarkeit“)

Dabei galt:

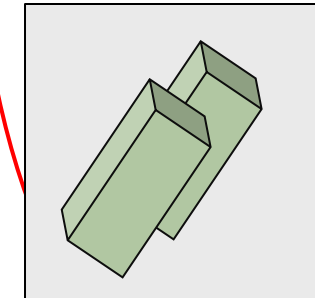
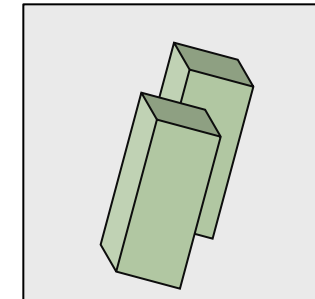
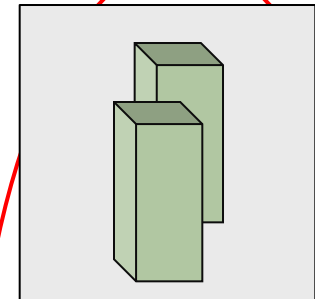
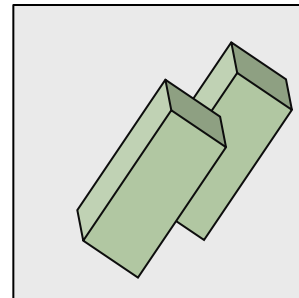
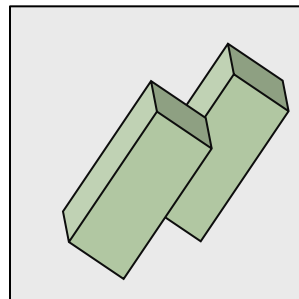
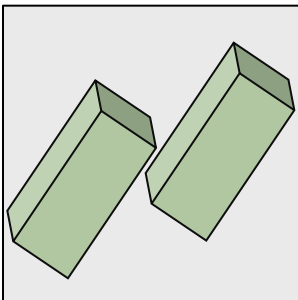
- die Flächen sind so groß wie möglich
- Für jeden Standpunkt der Zelle sind für einen 360°-Beobachter immer nur genau dieselben Segmente sichtbar (also keine Überabschätzung)



## Zentrale Frage

Wie komplex ist „Sichtbarkeit“ ?

Wann ändert sich Sichtbarkeit ?



## Wir betrachten Polyeder

- geschlossener 3-dimensionaler Körper
- aus Polygonen zusammengesetzt
- jede Kante gehört zu genau zwei Polygonen

## Wir unterscheiden

- konvexe Polyeder
- und nicht konvexe Polyeder



## Was verstehen wir unter einer Ansicht?

- 2-dimensionale Projektion der Ecken und Kanten des Polyeders
- orthographische Projektion und perspektivische Projektion



## In der 2-dimensionalen Bildschirmprojektion

- die Kreuzung von Linien werden zu Punkten
- zusammentreffende Linien werden zu Punkten
- Linien zwischen den Punkten werden zu Kanten

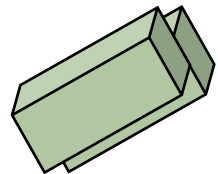
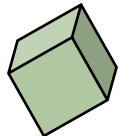
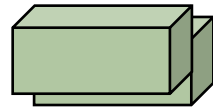
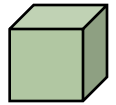
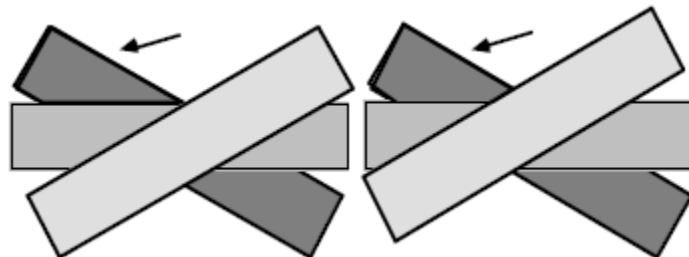


## Viewpoint Space Partition (VSP)

- unterteile die Menge aller möglichen Blickpunkte im 3D-Raum in Regionen
- innerhalb jeder Region bleibt das „**Erscheinungsbild**“ gleich
- die Menge der Regionen ist die VSP

## Was bedeutet gleiches Erscheinungsbild?

- es gibt nur Änderungen „topologischer Art“
- nur die Änderung der Struktur von Ecken, Kanten ist wichtig
- die Länge der Kanten spielt keine Rolle



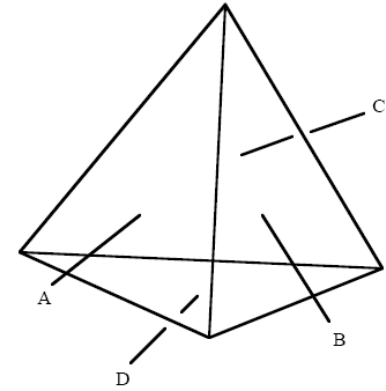


## Regionen

- Regionen mit gleichem Erscheinungsbild haben Grenzen
- Auf den Grenzen ändert sich das Erscheinungsbild
- Diese Änderung nennen wir ein **Ereignis**

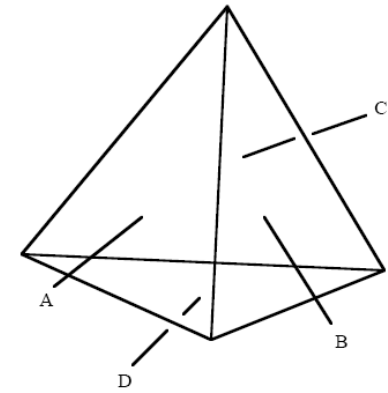
## Ereignis bei konvexen Polyedern

- tritt nur dann auf, wenn sich ein Polygon vom Betrachter wegdreht
- Betrachter schaut genau von einer Seite auf das Polygon
- kann nicht von einer anderen Fläche verdeckt sein

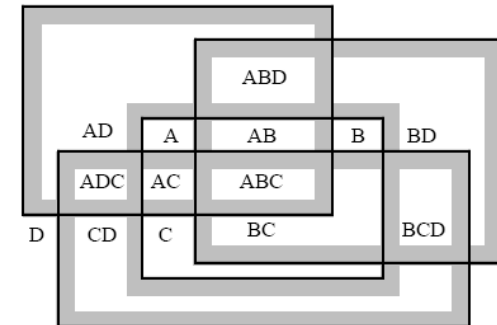


## Viewpoint Space Partition (VSP) Regionen

- alle Regionen zusammen ergeben die **Viewpoint Space Partition**
- innerhalb einer Region ist in der 2D Bildprojektion das topologische Erscheinungsbild des Polyeders gleich

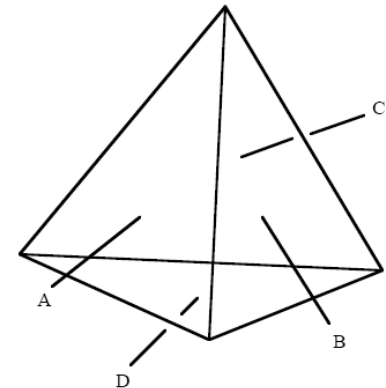


Wie stellen wir die **VSP** des Polyeders dar?

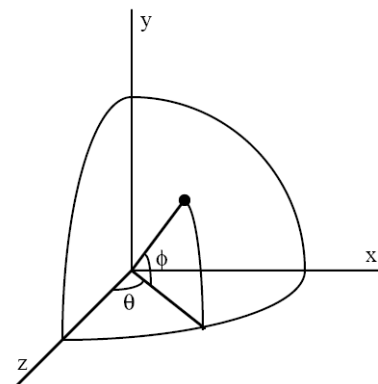
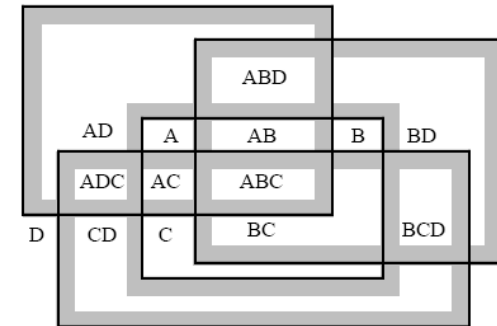


## Orthographische Projektion

- Parallelprojektion
- Projektion verläuft senkrecht zur Projektionsebene
- zur Bestimmung des Blickpunktes reicht Richtungsvektor aus
- Menge alle möglichen Blickpunkte lässt sich als Kugeloberfläche beschreiben

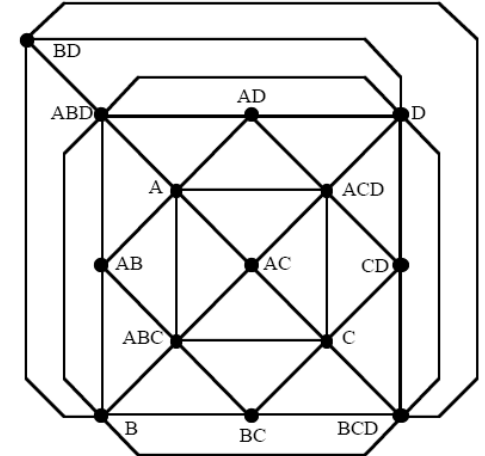


Beim Tetraeder gibt es für jede sichtbare Teilmenge seiner vier Seiten eine geschlossene Region auf der Kugeloberfläche



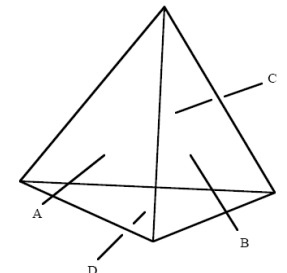
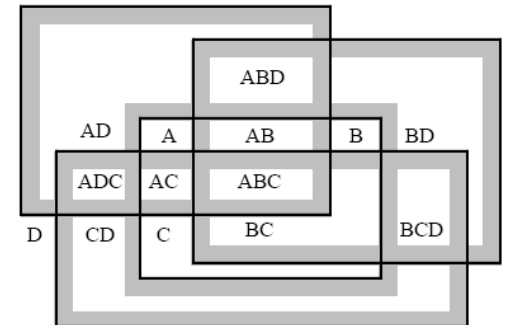
## Aspect Graph

- vereinfachte Darstellung der VSP
- jede Region erhält einen Knoten
- eine Kante zwischen zwei Knoten entsteht wenn zwei Regionen benachbart sind



## Fragen

Wie **groß** kann die Viewpoint Space Partition / der Aspect Graph werden?



## Größe der VSP (obere Schranke)

- Oberfläche der Einheitskugel wird von jeder Polygonfläche in zwei Hälften geteilt
- Grenze sind alle Blickpunkte, von denen die Blickrichtung parallel zur Oberfläche läuft

Wie erhält man die Blickrichtungen auf der Einheitskugel?

Schneide die Kugel mit der Ebene, die

- durch oder parallel zum Polygon verläuft
- und durch den Ursprung geht

Der Schnitt ist ein sogenannter Great Circle



## Wie erhalten wir die VSP eines konvexen Polyeders?

- wir lassen alle Great Circles von allen Polygonen sich schneiden
- es entstehen Regionen an der Kugeloberfläche
- die Regionen werden durch Kreisabschnitte begrenzt, die durch die Schnitte der Great Circles untereinander entstehen



## Wie viele Regionen können auf der Kugeloberfläche entstehen?

- ein Great Circle wird durch den Schnitt mit einem weiteren in genau zwei Kreisabschnitte geteilt
- es entstehen zwei Schnittpunkte
- für  $n$  Polygonflächen erhält man  $n$  Great Circles
- jeder Great Circle wird durch die anderen  $n$  in  $n$  Kreisabschnitte geteilt
- es gibt also  $O(n^2)$  Kreisabschnitte
  
- jeder Kreisabschnitt grenzt an genau zwei Regionen
- daher gibt es  $O(n^2)$  Regionen in der VSP  
und damit einen Aspekt Graphen der Größe  $O(n^2)$

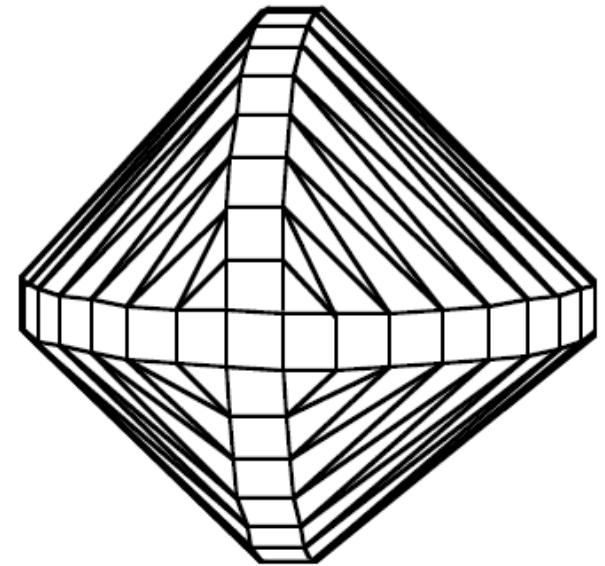
## Größe der VSP (untere Schranke)?

Ist die Schranke  $O(n^2)$  des VSP eng?

Ja!

Wir zeigen das an folgendem Polyeder

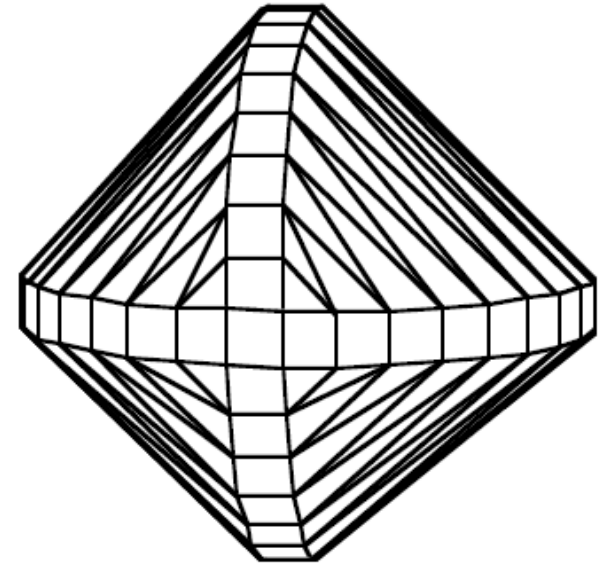
- besteht aus zwei Bändern
- jedes Band aus einzelnen kleinen Quadraten
- verbinde die Quadrate so untereinander, das der Polyeder geschlossen wird





## Größe der VSP (untere Schranke)?

- wähle aus jedem Band eines der Quadrate
- die zugehörigen Great Cicles liefern zwei Schnittpunkte auf der Einheitskugeloberfläche
- diese Schnittpunkte sind Punkte des VSP
- alle ausgewählten Paare liefern unterschiedliche Schnittpunkte
- wir haben damit  $\Omega(n^2)$  Knoten im VSP und damit einen Aspect Graphen der Größe  $\Omega(n^2)$



## VSP mit perspektivischer Projektion

Wie sieht die VSP aus?

- ein Blickpunkt ist jetzt kein Punkt der Kugeloberfläche, sondern ein beliebiger Punkt im  $\mathbb{R}^3$
- ein Polygon ist von allen Blickpunkten sichtbar, die vor dem Polygon liegen
- der  $\mathbb{R}^3$  wird also durch eine Ebene, die durch das Polygon geht, geteilt
- die Schnitte aller Ebenen von allen Polygonen ergibt die VSP

In jeder Ebene

- entstehen Schnittgeraden durch Schnitte mit den übrigen Ebenen
- durch die Schnitte dieser Schnittgeraden untereinander entstehen Schnittpunkte und Geradenabschnitte
- diese Geradenabschnitte begrenzen jeweils zwei Flächenstücke, die die VSP begrenzen



## Wie groß wird die VSP?

- es gibt  $O(n)$  Ebenen, die durch die Polygone gehen
- in jeder Ebene entstehen durch die Schnitte mit den übrigen Ebenen  $O(n)$  Schnittgeraden
- die Schnittgeraden jeder Ebene teilen sich durch durchkreuzen in  $O(n^2)$  Geradenabschnitte
- die Geradenabschnitte begrenzen die Flächenstücke, wir erhalten also  $O(n^2)$  Flächenstücke pro Ebene
- für alle  $n$  Ebenen erhalten wir dann  $O(n^3)$  Flächenstücke die die VSP begrenzen
- da auf jeder Seite des Flächenstücks genau eine Zelle der VSP ist, besteht die VSP aus  $O(n^3)$  Regionen

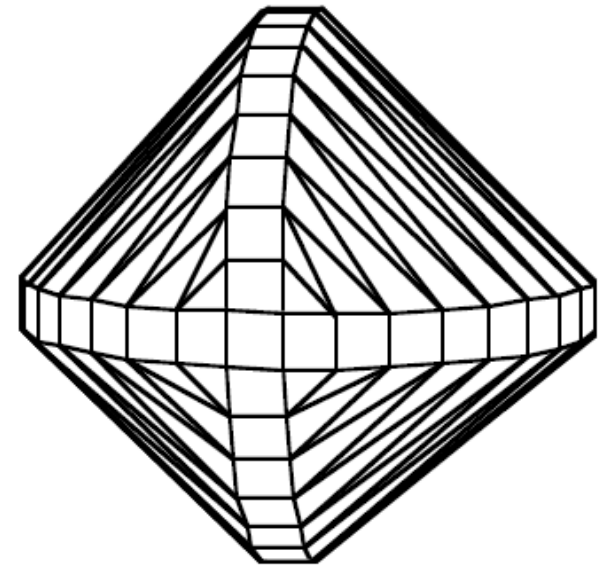
## Größe der perspektivischen VSP? (untere Schranke)

Ist die perspektivische Schranke  $O(n^3)$  des VSP eng?

Ja!

Wir zeigen das an demselben Polyeder wie für den orthographischen Fall

- besteht aus zwei Bändern
- jedes Band aus einzelnen kleinen Quadraten
- verbinde die Quadrate so untereinander, das der Polyeder geschlossen wird



## Größe der VSP (untere Schranke)?

- wir betrachten die beiden Teilbänder in einem Oktanten
- die Ebenen beliebiger 3 Quadrate der beiden Bänder (also 2 Quadrate aus einem Band und 1 Quadrat aus dem anderen Band) liefern unterschiedliche Schnittpunkte im VSP
- da in jedem Band  $\Omega(n)$  Quadrate liegen, gibt es im VSP  $\Omega(n^3)$  verschiedene Punkte
- damit hat die VSP  $\Omega(n^3)$  Zellen und der Aspect Graph die Größe  $\Omega(n^3)$

